$\Rightarrow$ (RJ) est la tangente au sommet à la parabole de foyer F et de sommet R.

$\left\{\begin{array}{l}\bullet J \text{ est le projeté orthogonal de F sur } \Delta \\ \bullet (RJ) \text{ est la tangente au sommet de la parabole } \Gamma \text{ de foyer F et de sommet R}\end{array}\right.$

$\overset{th}{\Rightarrow}$ $\Delta$ est tangente à la parabole $\Gamma$.

$\circledast$ Désignons par $M_1$ le point de contact de $\Delta$ et la parabole $\Gamma$

$\left.\begin{array}{r}S_\Delta(F) = H \\ \Delta \text{ tangente à } \Gamma \\ (FR) \text{ axe focal de } \Gamma\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta''$ la perpendiculaire à (FR) passant par H est l'axe de $\Gamma$.

Ainsi $\{M_1\} = \Delta \cap$ ( la perpendiculaire à $\Delta''$ en H ).

**c-** Désignons par $\mathbb{S}$ = { S sommet d'un parabole P quand M varie sur $\Delta$ }

$\odot$ $S \in \mathbb{S} \overset{3/a-}{\Rightarrow} S \in \mathscr{C}\{F\}$

Ainsi $\mathbb{S} \subset \mathscr{C}\{F\}$.

$\boxdot$ $\forall R \in \mathscr{C}\{F\} \overset{3/b-}{\Rightarrow}$ R est sommet d'une parabole passant par un point M de $\Delta$ et de directrice la $\perp$ à (MH) en H

$\Rightarrow \mathscr{C}\{F\} \subset \mathbb{S}$

**Conclusion :** $\mathbb{S} = \mathscr{C}\{F\}$.

## PROBLEME

**I]1/a-** f est dérivable sur IR et $\forall x \in IR$; $f'(x) = -2\dfrac{e^x - e^{-x}}{(e^x + e^{-x})^2}$

$\Rightarrow \forall x \in IR$; $\text{signe}(f'(x)) = -\text{signe}(e^x - e^{-x})$.

• $e^x - e^{-x} \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq e^{-x} \Leftrightarrow x \geq -x \Leftrightarrow 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

D'où le tableau de variation de f

| x | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | - | |
| f(x) | 0 | ↗ | 1 | ↘ | 0 |

• $\lim\limits_{\pm\infty} f = 0$.

D'après le tableau de variation de f ,on a 1 est le maximum de f